

Электромагнитные колебания и волны

Задача 1. Заряженный конденсатор емкостью C подключили к катушке индуктивностью L . Определите 1) время t_1 , в течение которого сила тока в контуре достигнет максимального значения, 2) момент времени, когда заряд конденсатора уменьшится в 2 раза.

Решение.

$$1) T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2}$$

$$2) q = q_0 \cos \omega t$$

$$q = \frac{q_0}{2} = q_0 \cos \omega t_2 \Rightarrow \cos \omega t_2 = 0,5$$

$$\omega t_2 = \frac{\pi}{3} \quad \frac{1}{\sqrt{LC}} t_2 = \frac{\pi}{3} \quad t_2 = \frac{\pi\sqrt{LC}}{3}.$$

Задача 2. Колебательный контур состоит из соленоида индуктивностью

$L = 0,2$ Гн и конденсатора емкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф. Конденсатор зарядили до напряжения 4 В. Какими будут ток, напряжение и заряд в моменты времени, когда отношение энергии электрического и магнитного поля равно: 1) 0; 2) 1/2.

Решение

$$U = U_0 \cos(\omega t) \quad q = q_0 \cos(\omega t)$$

$$I = -q_0 \omega \cdot \sin(\omega t) = -I_0 \sin(\omega t)$$

$$W_э = \frac{CU^2}{2} \quad W_м = \frac{LI^2}{2} \quad \frac{W_э}{W_м} = \frac{CU^2}{LI^2}$$

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \quad I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,04 \text{ А.}$$

$$1) \quad W_э / W_м = 0, W_э = 0. \quad q = 0, \quad U = 0, \quad I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,04 \text{ А}, \quad q_1 = 0, U_1 = 0.$$

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,04 A, \quad q_1 = 0, U_1 = 0.$$

$$2) \frac{W_3}{W_m} = \frac{1}{2} \quad \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{L}{C}} = -\frac{U_0}{I_0} \operatorname{ctg}(\omega t) \quad \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\operatorname{ctg}(\omega t) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \omega t = \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega t > 0, \quad \omega t = 126^\circ = 0,7 \text{ рад}$$

$$I_2 = -I_0 \cdot \sin \omega t = -0,04 \cdot \sin 126^\circ A = -3,24 \cdot 10^{-2} A,$$

$$U_2 = U_0 \cdot \cos \omega t = 4 \cdot \cos 126^\circ B = -2,35 B,$$

$$q_2 = q_0 \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega} \cos \omega t = \frac{0,04}{500} \cos 126^\circ \text{ Кл} = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}.$$

Задача 3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух конденсаторов, емкостями C_1 и $C_2 = 4 C_1$, соединенных параллельно. Определите отношение периодов собственных колебаний в случаях последовательно и параллельного соединения конденсаторов.

Решение.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{L \frac{C_1 4C_1}{5C_1}} = 4\pi \sqrt{L \frac{C_1}{5}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{L 5C_1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{4\pi \sqrt{L \frac{C_1}{5}}}{2\pi \sqrt{L 5C_1}} = 0,4.$$

Задача 4. В колебательном контуре к конденсатору параллельно присоединили другой конденсатор, вдвое большей емкости, после чего частота колебаний уменьшилась на 30 Гц. Определите первоначальную частоту колебаний в контуре.

Решение.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad C = 3C_0$$

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{3}} = \nu_0 - \Delta\nu$$

$$\nu_0 = \frac{\Delta\nu\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}.$$

Задача 5. В колебательном контуре сила тока с течением времени изменяется по закону $I = 0,01\cos 1000t$. Емкость конденсатора равна 10 мкФ. Найдите максимальное напряжение на пластинах конденсатора.

Решение.

$$\frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

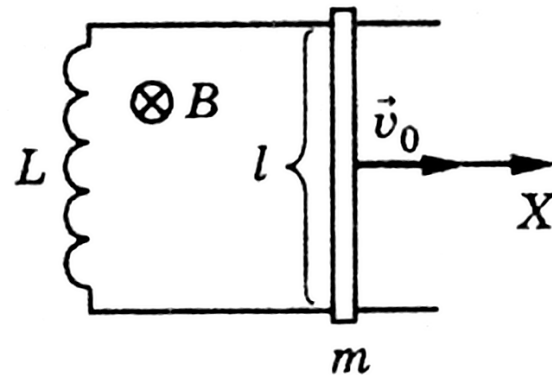
$$I = 0,01\cos 1000t \Rightarrow I_m = 0,01 \text{ A}, \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2}$$

$$CU_m^2 = \frac{1}{C\omega^2}I_m^2$$

$$U_m = \frac{I_m}{C\omega} = \frac{0,01}{10^3 \cdot 10^{-5}} \text{ В} = 1 \text{ В}.$$

Задача 6. Контур образован двумя параллельными проводниками, с одной стороны замкнутыми соленоидом L , а с другой проводящим стержнем l , который может двигаться по проводникам, не теряя контакта. Вся цепь расположена на горизонтальной поверхности в магнитном поле, вектор индукции которого направлен вертикально. Расстояние между проводниками равно l . В начальный момент времени проводнику сообщили скорость v_0 . Сопротивлением контура и силой трения можно пренебречь. Запишите уравнение колебаний стержня.

Решение.



$$x = x_m \cos \omega t \quad v_0 = x_m \omega$$

$$ma_x = IBl$$

$$-LI' = Bvl \Rightarrow -LI = Bxl$$

$$ma_x = -\frac{B^2 l^2}{L} x \Rightarrow \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$$

$$[\omega] = \left[\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\sqrt{\text{Гн} \cdot \text{кг}}} \right] = \left[\frac{\text{Дж} \cdot \sqrt{\text{А}}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \sqrt{\text{кг} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}} \right] = \left[\frac{\sqrt{\text{Дж}}}{\text{м} \sqrt{\text{кг}}} \right] = \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mA^2 \omega^2}{2}$$

$$x = \frac{v_0 \sqrt{Lm}}{Bl} \cos \frac{Bl}{\sqrt{Lm}} t.$$

Задача 7. До замыкания ключа конденсаторы были не заряжены.

После замыкания ключа максимальное напряжение на конденсаторе C_1 равно U_0 .

Определите максимальную силу тока после замыкания ключа.

Решение.

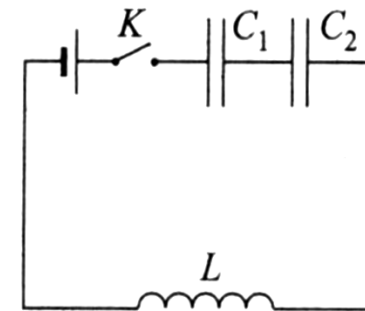
Работа источника идет на зарядку
конденсаторов

$$C_1 U_0 \mathcal{E} = \frac{1}{2} C_1 U_0^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2$$

$$C_1 U_0 = C_2 U_2 \quad U_2 = \frac{C_1 U_0}{C_2}$$

$$C_1 U_0 \mathcal{E} = \frac{1}{2} C_1 U_0^2 + \frac{1}{2} \frac{C_1^2 U_0^2}{C_2} = \frac{1}{2} C_1 U_0^2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right)$$

$$\text{ЭДС источника равна } \mathcal{E} = \frac{U_0 (C_1 + C_2)}{2C_2}.$$



$$C_{об} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Максимальная сила тока достигается
тогда, когда напряжение на конденсаторах
становится равно ЭДС

$$U = \mathcal{E}$$

$$C_{об} \mathcal{E}^2 = \frac{C_{об} \mathcal{E}^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2} \Rightarrow I_0 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{2} \sqrt{\frac{C_1(C_1 + C_2)}{C_2 L}}.$$

Задача 8. Определите силу тока и выделяемую мощность в соленоиде, индуктивность и сопротивление которого равны $L = 0,6$ Гн, $R = 4$ Ом, если к нему приложено: 1) постоянное напряжение $U = 60$ В; 2) переменное напряжение $u = U_0 \cdot \sin \omega t$, $U_0 = 60$ В, частота $\nu = 20$ Гц.

Решение.

$$1) I_1 = \frac{U}{R} = 15 \text{ А}$$

$$P_{\text{пост}} = I_1 U = 15 \cdot 60 \text{ Вт} = 900 \text{ Вт}$$

$$2) Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad I_0 = \frac{U_0}{Z} \quad I = I_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi),$$

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \text{arctg}\left(\frac{2\pi\nu L}{R}\right), \quad I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}}$$

$$I_0 = \frac{60}{\sqrt{16 + (2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 0,6)^2}} = 0,8 \text{ А} \quad \varphi = \text{arctg}\frac{6,28 \cdot 20 \cdot 0,6}{4} = 87^\circ = 0,48\pi$$

$$i = 0,8 \sin(2\pi \cdot 20t - 0,48\pi) \text{ А} \quad P = \frac{I_0 U_0}{2} \cos\varphi = 1,2 \text{ Вт.}$$

Задача 10. Станция работает на длине волны 500 м. Сколько электромагнитных колебаний происходит в течение одного периода звуковой волны, вызывающей колебания с частотой $\nu = 3$ кГц?

Решение.

$$\lambda = cT = c / \nu$$

Период колебаний полей в
электромагнитной волне равен

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

Период колебаний звукового давления
равен

$$T_{36} = \frac{1}{\nu_{36}}$$

$$n = \frac{T_{36}}{T} = \frac{c}{\nu_{36} \cdot \lambda} = 200.$$